Correction Livret : Les mathématiques du collège au lycée

Correction Fiche 1 (pages 1 et 2)

Exercice 1

1. b ; 2. h ; 3. f ; 4. g ; 5.c ; 6.a ; 7. d ; 8.e

Exercice 2

P2 : $x \rightarrow x-2 \rightarrow (x-2)^3 \rightarrow (x-2)^3+3$

P3 : $x \rightarrow 3x \rightarrow 3x-5 \rightarrow (3x-5)^2 \rightarrow (3x-5)^2+1 \rightarrow \frac{1}{(3x-5)^2+1}$

P4 : $x \rightarrow \frac{1}{x} \rightarrow \frac{3}{x} \rightarrow \frac{3}{x}+2 \rightarrow -(\frac{3}{x}+2)$

Exercice 3

1. **vrai**
2. **faux**
3. **faux**
4. **vrai**

Exercice 4

$opp(3-2x)=-3+2x$; $opp(x^2)=-x^2$; $opp(\frac{x-1}{2})=\frac{-x+1}{2}$

$opp(x-1)(2-x)=-(x-1)(2-x)=(-x+1)(2-x)=(x-1)(-2+x)$

$opp(\frac{-2}{x})=\frac{2}{x}$

$Inv(\frac{x}{5})=\frac{5}{x}$; $Inv(x^2+1)=\frac{1}{x^2+1}$; $Inv(\frac{5}{2}+\frac{3}{7})=\frac{2}{5}+\frac{7}{3}$; $Inv(\frac{x}{2}+1)=\frac{2}{x+2}$;

$Inv(-\sqrt{2})=\frac{-1}{\sqrt{2}}$

Correction : Fiche 2 (pages 3 et 4)

Exercice 1

$A=\frac{1}{6}-\frac{4}{6}=\frac{-3}{6}=\frac{-1}{2}$; $B=\frac{-12}{28}+\frac{7}{28}=\frac{-5}{28}$; $C=-3+\frac{3}{4}=\frac{-12}{4}+\frac{3}{4}=\frac{-9}{4}$;

$D=\frac{6}{15}-\frac{5}{15}+\frac{30}{15}=\frac{31}{15}$; $E=\frac{1}{8}\times(\frac{3}{24})=\frac{1\times3}{8\times8\times3}=\frac{1}{64}$; $F=\frac{1}{8}:(\frac{3}{24})=\frac{1}{8}\times(\frac{24}{3})=\frac{8\times3}{8\times3}=1$

Exercice 2

Soit x la fortune du père

Pierre reçoit $\frac{1}{3}x$

Julie reçoit $\frac{2}{5}x$

Christine reçoit kx

mise en équation du problème

$$\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}x+kx=x$$
$$kx=x-\frac{1}{3}x-\frac{2}{5}x$$
$$kx=\frac{15}{15}x-\frac{5}{3}x-\frac{6}{5}x$$
$$kx=\frac{4}{15}x \quad \text{d'où} \quad k=\frac{4}{15}$$

Correction : Fiche 3 (pages 5 et 6)

Exercice 1 :

$$A(x)=7-10x^2+6x=-10x^2+6x+7$$
$$B(x)=10x^2-8x-15x+12=10x^2-23x+12$$
$$C(x)=3x-x+1-(x^2+3x+7x+21)=2x+1-x^2-10x-21=-x^2-8x-20$$
$$D(x)=x^2+x+\frac{1}{4}$$
$$E(x)=36-49x^2$$
$$F(x)=16x^2-8x+1$$

Exercice 2

$$A(x)=x(x+2)$$
$$B(x)=(x-4)(7x-x+4)=(x-4)(6x+4)$$
$$C(x)=(x+1)(2x+5-3x-4)=(x+1)(-x+1)$$
$$D(u)=3u(u+1)$$
$$E(t)=(9-8t)(9+8t)$$
$$F(a)=(7a-3)^2$$
$$G(x)=(x-1-4)(x-1+4)=(x-5)(x+3)$$
$$H(x)=(3x+4-3)(3x+4+3)=(3x+1)(3x+7)$$

Exercice 3

$$D=(100-2)(100+2)=100^2-2^2=10000-4=9996$$
$$E=(1000-1)^2=1000^2-2\times1000\times1+1^2=10^6-2000+1=998001$$
$$F=(100+1)^2=100^2+2\times100\times1+1^2=10201$$

Exercice 4

1. $A=2x^2+8x-10x-40-(x^2+8x+16)$
   $A=2x^2-2x-40-x^2-8x-16$
   $A=x^2-10x-56$
2. $A=(x+4)(2x-10-x-4)$

$A=(x+4)(x-14)$

3. $x+4=0$ ou $x-14=0$
   $x=-4$ ou $x=14$ S = {-4 , 14}

Exercice 5

1. $E=(-1)^2-4=1-4=-3$
2. $E=(\sqrt{2}-1)^2-4=(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}+1-4=2-2\sqrt{2}-3=-1-2\sqrt{2}$
3. $E=(x-1)^2-2^2=(x-1-2)(x-1+2)=(x-3)(x+1)$
4. $x-3=0$ ou $x+1=0$
   $x=3$ ou $x=-1$ S = {3 ; -1}

Correction : Fiche 4 (pages 7 et 8)

Exercice 1

$0,001\ ; 0,04\ ; -1\ ; -8\ ; -785000$

Exercice 2

$2^7 ; 3^{-4} ; 6^3 ; 5^{-5} ; (-3)^{10} ; 10^4$

Exercice 3

$A=3,789\times10^6 ; B=-1,238\times10^{-3}$

Exercice 4

a. $m=1,99\times10^{-26}\times6,022\times10^{23}=11,98378\times10^{-3}\,kg=11,98378\,g$
b. $m\approx 12\,g$

Exercice 5

$v=\dfrac{d}{t}$ donc $t=\dfrac{d}{v}=\dfrac{5900\times10^9}{3\times10^8}=\dfrac{5900\times10}{3}=\dfrac{59000}{3}s=(\dfrac{59000}{3})\times(\dfrac{1}{3600})h$

Exercice 6

$p=(1,02)^3\times10=10,61208$

Correction : Fiche 5 (pages 9 et 10)

Exercice 1

$\sqrt{(-3)^2}=3$ $(-\sqrt{3})^2=3$ $-\sqrt{3^2}=-3$

$(\dfrac{2}{3}\sqrt{3})^2=\dfrac{4\times3}{9}=\dfrac{4}{3}$ $\sqrt{7+42}=\sqrt{49}=7$

$\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{36}=6$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}}=\sqrt{25}=5$

$2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=2\times3=6$

Exercice 2

$3{,}3\ ;18{,}8\ ;1{,}6\ ;4{,}7$

Exercice 3

$7\sqrt{5}+3\sqrt{5}-\sqrt{5}=9\sqrt{5}$ $\qquad$ $3\sqrt{55}\times\sqrt{5}=3\sqrt{11}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}=3\sqrt{11}\times5=15\sqrt{11}$

$\sqrt{27}+2\sqrt{75}=\sqrt{9\times3}+2\sqrt{25\times3}=3\sqrt{3}+2\times5\sqrt{3}=3\sqrt{3}+10\sqrt{3}=13\sqrt{3}$

Exercice 4

$\sqrt{2}(3\sqrt{2}-5)=3(\sqrt{2})^2-5\sqrt{2}=6-5\sqrt{2}$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{81-49}}{\sqrt{4+4}}=\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{32}{8}}=\sqrt{4}=2$

$\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Exercice 5

S = { $\sqrt{5};-\sqrt{5}$ } ; S = { $\sqrt{7};-\sqrt{7}$ } ; aucune solution

Exercice 6

Un carré ayant une aire de 6,25 cm² a un côté de 2, 5 cm
D'après le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en B on a AC² = AB² + BC²
$AC=\sqrt{6{,}25+6{,}25}=\sqrt{12{,}5}\approx3{,}5\,cm$

Exercice 7

- $AB^2=3^2(\sqrt{6})^2=9\times6=54$
- $BC^2=(5-\sqrt{2})^2=25-10\sqrt{2}+2=27-10\sqrt{2}$
- $AC^2=(5+\sqrt{2})^2=25+10\sqrt{2}+2=27+10\sqrt{2}$

Or $AB^2=AC^2+BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C

Fiche 6 : équations-inéquations

Résoudre les équations :

$-4x+2=12+x$

$-4x-x=12-2$

$-5x=10$

$x=\frac{10}{-5}=-2.$

S = {-2}

$3(2x-1)=4x-9$

$6x-3=4x-9$

$6x-4x=-9+3$

$2x=-6$

$x=\frac{-6}{2}=-3$

S = {-3}

$3x-5=7$

$3x=7+5$

$3x=12$

$x=\frac{12}{3}=4$

S = {4}

$\frac{x}{3}+2=5$

$\frac{x}{3}=5-2$

$\frac{x}{3}=3$

$x=3\times3=9$

S = {9}

$3-\frac{x}{5}=2x-\frac{1}{4}$

$\frac{-x}{5}-2x=\frac{-1}{4}-3$

$\frac{-x}{5}-\frac{10x}{5}=\frac{-1}{4}-\frac{12}{4}$

$\frac{-11x}{5}=\frac{-13}{4}$

$x=\frac{-13}{4}:\frac{-11}{5}$

$x=\frac{\frac{-13}{4}\times-5}{11}=\frac{65}{44}$

S = { $\frac{65}{44}$ }

Résoudre les inéquations :

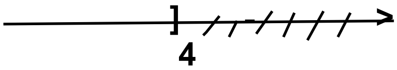
$3x-12\leq0$

$3x\leq12$

$x\leq\frac{12}{3}(ordre\ conservé\ car\ 3>0)$

$x\leq4$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à 4.



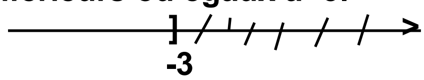
$-5x-15\geq0$

$-5x\geq15$

$x\leq\frac{15}{-5}(ordre\ inversé\ car\ -5<0)$

$x\leq-3$

Les solutions sont tous les nombres inférieurs ou égaux à -3.



$-4x-\frac{5}{3}<\frac{-1}{3}$

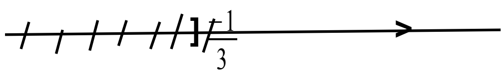
$-4x<\frac{-1}{3}+\frac{5}{3}$

$-4x<\frac{4}{3}$

$x>\frac{4}{3}:(-4)(ordre\ inversé\ car\ -4<0)$

$x>\frac{-1}{3}$

Les solutions sont tous les nombres strictement supérieurs à $\frac{-1}{3}$.



Exercice : programmes de calcul :

Programme 1 :

Choisir -4.

3*(-4) = -12.

-12 + 5 = -7.

(-7)² = 49.

Obtenir 49.

Choisir 0.

3*0 = 0.

0 + 5 = 5.

5² = 25.

Obtenir 25.

Choisir $\frac{7}{3}$.

$\frac{3\times7}{3}=7$.

7 + 5 = 12.

12² = 144.

Obtenir 144.

Programme 2 :

Choisir -4.	**Choisir 0.**	**Choisir $\frac{7}{3}$.**
-4 + 5 = 1.	0 + 5 = 5.	$\frac{7}{3}+5=\frac{7}{3}+\frac{15}{3}=\frac{22}{3}$.
1² = 1.	5² = 25.	$(\frac{22}{3})^2=\frac{22^2}{3^2}=\frac{484}{9}$.
3*1 = 3.	3*25 = 75.	$\frac{3\times 484}{9}=\frac{3\times 484}{3\times 3}=\frac{484}{3}$.
Obtenir 3.	**Obtenir 75.**	**Obtenir $\frac{484}{3}$.**

Programme 3 :

Choisir -4.	**Choisir 0.**	**Choisir $\frac{7}{3}$.**
-4 – 2 = -6.	0 – 2 = -2.	$\frac{7}{3}-2=\frac{7}{3}-\frac{6}{3}=\frac{1}{3}$.
(-6)² = 36.	(-2)² = 4.	$(\frac{1}{3})^2=\frac{1}{9}$.
L'opposé de 36 est -36.	L'opposé de 4 est -4.	L'opposé de $\frac{1}{9}$ est $\frac{-1}{9}$.
-36 + (-4)² = -36 + 16 = -20.	-4 + 0² = -4.	$\frac{-1}{9}+(\frac{7}{3})^2=\frac{-1}{9}+\frac{49}{9}=\frac{48}{9}$
Obtenir -20.	**Obtenir -4.**	**Obtenir $\frac{48}{9}$.**

2)

Programme 1 :	**Programme 2 :**	**Programme 3 :**
Choisir x .	**Choisir x .**	**Choisir x .**
Le multiplier par 3 : $3x$.	Lui ajouter 5 : $x+5$.	Lui soustraire 2 : $x-2$.
Ajouter 5 : $3x+5$.	Elever au carré : $(x+5)^2$.	Elever au carré : $(x-2)^2$
Elever au carré : $(3x+5)^2$.	Multiplier par 3 : $3(x+5)^2$.	Opposé : .
Obtenir $(3x+5)^2$ **.**	**Obtenir** $3(x+5)^2$	Ajouter x^2 **:** $-(x-2)^2+x^2$
		Obtenir $-(x-2)^2+x^2$ **.**

3) « Choisir un nombre, le multiplier par 4, enlever 4 au résultat précédent » est un programme dont le résultat, en choisissant le nombre x au départ, a pour résultat

$4x-4$.

Développons le résultat du programme 3 :

$-(x-2)^2+x^2$ = $-(x^2-2\times x\times 2+2^2)+x^2$ =

$-(x^2-4x+4)+x^2=-x^2+4x-4-x^2=4x-4$

La réponse est donc vraie.

Fiche 7 : Notions de fonctions

Exercice 1 :

1. L'image par h du nombre -1 est 1.
2. L'image par h du nombre 8 est 2.
3. Les antécédents par h du nombre 0 sont 3 et 7.
4. L'image par h du nombre -3 est 4.
5. Les antécédents par h du nombre -2 sont 4 et 6.
6. Les antécédents par h du nombre 2 sont -2 ; 0 ; 2 et 8.

7. h(3) = 0 ; h(6) = -2 ; h(5) = -3 ; h(9) = 5.

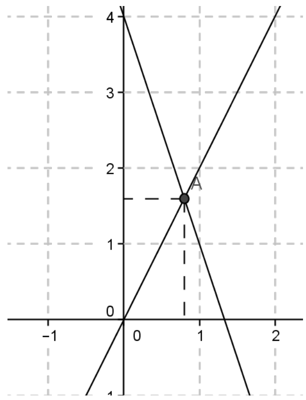
Exercice 2 :

1. La fonction $f : x \to 4-3x$ est une fonction affine et la fonction $g : x \to 2x$ est une fonction linéaire.
2. La représentation graphique d'une fonction affine est une droite donc les représentations graphiques des deux fonctions sont des droites.
   La représentation graphique de g, fonction linéaire, est une droite qui passe par l'origine du repère.
3. Pour f : $y=4-3x$ et pour g : $y=2x$.
4. Pour f : le coefficient directeur de la droite est -3 et l'ordonnée à l'origine est 4.
   Pour g : le coefficient directeur de la droite est 2 et l'ordonnée à l'origine est 0.
5.

x	-2	0	$\frac{7}{3}$	2
$f(x)$	10	4	-3	-2

x	-2	0	-1	3
$g(x)$	-4	0	-2	6

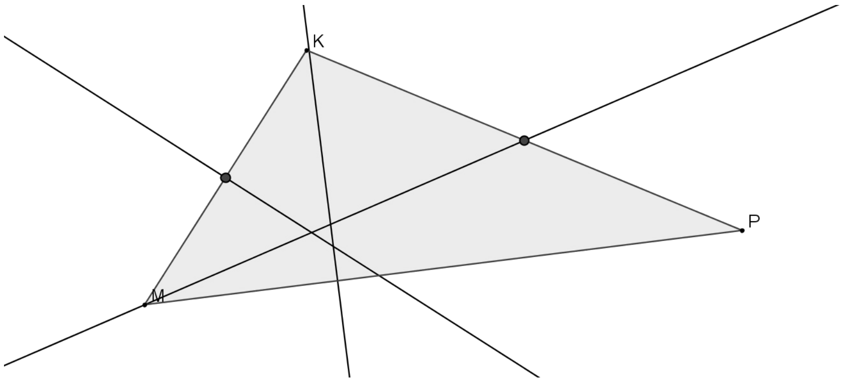
6.



7. On appelle A le point d'intersection des deux droites.
   Graphiquement : A(0,8 ; 1,6).
   Par le calcul : $A(x_A ; y_A)$ appartient à chacune des deux droites donc
   $y_A=4-3x_A$ et $y_A=2x_A$ d'où $2x_A=4-3x_A$. Cette équation devient $2x_A+3x_A=4$
   $5x_A=4$ donc $x_A=\frac{4}{5}=0,8$. $y_A=2x_A=\frac{8}{5}=1,6$ donc $A(0,8 ; 1,6)$.

Fiche 8 : Géométrie plane

Exercice 1 :



Exercice 2 :

Fig 1 : Les droites sont les hauteurs du triangle ABC. M est l'orthocentre de ce triangle.
Fig 2 : Les droites sont les médianes du triangle ABC. M est le centre de gravité.
Fig 3 : Les droites sont les médiatrices du triangle ABC. M est le centre du cercle circonscrit à ce triangle.
Fig 4 : Les droites sont les hauteurs du triangle ABC. M est l'orthocentre de ce triangle.

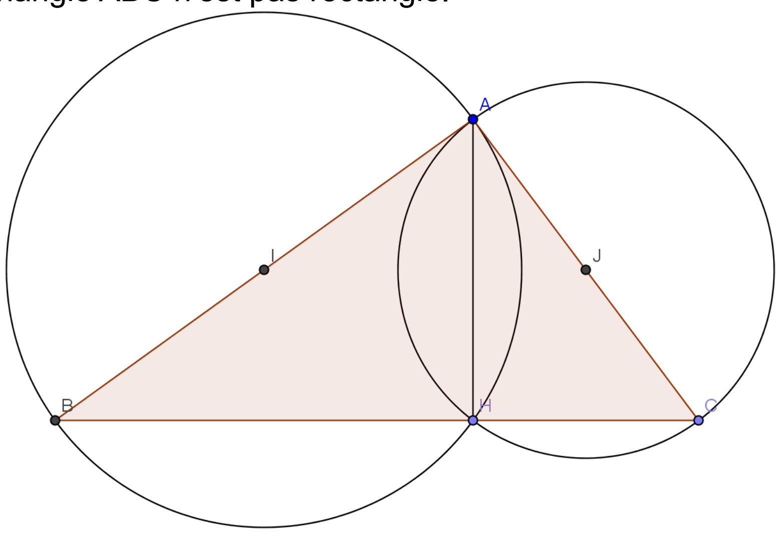
Triangle rectangle et cercle :

Exercice 1 :

a) Le triangle AHC est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore,
$AC^2 = HA^2+HC^2 = 4^2+3^2 = 16 + 9 = 25$. $AC = \sqrt{25} = 5$ cm.

b) H ¿ [BC] donc BC = BH + HC soit 8,5 = BH + 3. BH = 8,5 – 3 = 5,5 cm.
Le triangle AHB est rectangle en H. D'après le théorème de Pythagore,
$AB^2 = HA^2+HB^2 = 4^2+5{,}5^2 = 16 + 30{,}25 = 46{,}25$. $AB = \sqrt{46{,}25} \simeq 6{,}8\,cm$.

c) Le côté le plus grand du triangle ABC est [BC].
$BC^2 = 8{,}5^2 = 72{,}25$. $AB^2+AC^2 = 46{,}25 + 25 = 71{,}25$. $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$.
Conclusion : le triangle ABC n'est pas rectangle.



Exercice 2 : Triangles rectangles : AKB, ALB, CMD, CPD, AKL et BKL.

Exercice 3 :

Le triangle AHC est rectangle en H, donc le point H appartient au cercle de diamètre [AC].
Le triangle HDC est rectangle en D, donc le point D appartient au cercle de diamètre [HC].
Le triangle AEH est rectangle en E, donc le point E appartient au cercle de diamètre [AH].

Exercice 4 :

a) Le triangle DHA est rectangle en H donc, d'après le théorème de Pythagore,
$DA^2 = DH^2 + HA^2$ soit $125^2 = 100^2 + AH^2$. $AH^2 = 15625 – 10000 = 5625$.
$AH = \sqrt{5625}$. **AH = 75 m.** A l'arrivée, on s'est élevé de 75 mètres.

b) Le triangle DHA est rectangle en H. $\sin\widehat{ADH}=\frac{AH}{AD}=\frac{75}{125}=0{,}6$.

D'où $\widehat{ADH}\simeq 37°$ (arrondi au degré près).

c) **1e méthode :**

_ Les points D, P et H sont alignés, et les points D, M et A sont alignés.
_ Les droites (MP) et (AH) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (DH), donc elles sont parallèles entre elles. (MP) // (AH).

Alors, d'après le théorème de Thalès, $\frac{DP}{DH}=\frac{DM}{DA}=\frac{MP}{AH}$ soit $\frac{DP}{100}=\frac{42}{125}=\frac{MP}{75}$.

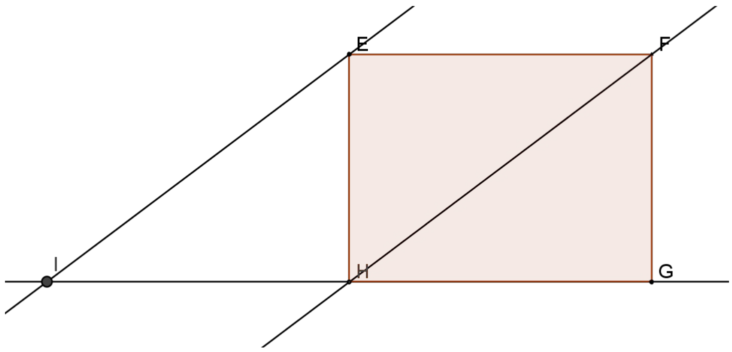
On en déduit que $MP=\frac{42\times 75}{125}$. **MP = 25,2 m.**

2e méthode : d'après ce qui précède, $\sin\widehat{MDP}=\sin\widehat{ADH}=0{,}6$.

Dans le triangle MDP rectangle en P, $\sin\widehat{MDP}=\frac{MP}{DM}$ **.**

On en déduit que $0{,}6=\frac{MP}{42}$ d'où $MP=0{,}6\times 42$. **MP = 25,2 m.**

Exercice 5 :



1) Les segments [EF] et [IH], ainsi que les segments [EI] et [FH], sont les côtés opposés du quadrilatère IEFH.
_Le point I appartient à la parallèle à (FH) passant par E donc les droites (EI) et (FH) sont parallèles.
_ Les côtés opposés [EF] et [HG] du rectangle EFGH sont parallèles.
Le point I appartient à la droite (HG) donc les droites (EF) et (IH) sont parallèles.
_ Le quadrilatère IEFH a ses côtés opposés deux à deux parallèles,
donc **IEFH est un parallélogramme.**

2) _ Les côtés opposés [EF] et [HG] du rectangle EFGH ont la même longueur donc EF = HG.
_ Les côtés opposés [EF] et [IH] du parallélogramme IEFH ont la même longueur donc EF = IH.
On déduit de ce qui précède que **IH = HG**. De plus, les points I, H et G sont alignés.
Conclusion : H est le milieu du segment [IG].

3) _ Les côtés [EH] et [HG] du rectangle EFGH sont perpendiculaires et
le point I appartient à la droite (HG)
donc la droite (EH) est la hauteur issue de E dans le triangle IEG.
_ H est le milieu de [IG] donc (HE) est la médiane issue de E dans le triangle IEG.
On déduit de ce qui précède que la médiane et la hauteur issues de E dans le triangle IEG sont confondues, ce qui prouve que **le triangle IEG est isocèle en E.**